

質量の起源と特殊相対性理論の反証

坂 達雄

特殊相対性理論は受け入れ難い根底概念を持っている。受け入れ難い概念とは時間と距離についての概念であり、「速度系の違いにより時間が伸びたり距離が短縮する」という主張である。しかしながら種々の物理現象が特殊相対性理論でもって説明され非常に魅力のある理論となっている。だが実際に具体的な「距離の短縮」の観測例も「時間の伸び」の直接的証明も成されてはいない。また特殊相対性理論の概念で推論を進めると幾つか矛盾する結論に到達する。光を伝達する媒体となる絶対宇宙空間は存在せず、速度の異なる系ではどちらも相対的にしか物理現象を表現することが出来ないという特殊相対性理論の主張に関してここで矛盾する例を2つ程あげる。

例1)

いま真空中を2つの電子が一定の距離をおいて平行且つ同方向に同じ速度で走っている場合を想定する。この場合は静電クーロン斥力の他に、平行電流と考えられるので速度に比例した引力も働くことになる。一方この系を静止系と考えれば2つの電子は一定の位置に静止していることになり、2つの電子間には静電クーロン斥力のみが働くことになる。従って同じ事象が静止系のみかたに因って働く力が異なることになり矛盾する。

例2)

ある系(第1の系)で静止している電子に電磁波が当たりコンプトン効果としてエネルギーを受け取った電子はある方向に速度を持つことになる。次にこの電子の速度系(第2の系)を静止系と想定し、更にこの電子に入射電磁波とは反対方向になる電磁波がコンプトン効果的に作用して第1の系からみれば静止している状態に戻ったとすると2度の作用で電子はエネルギーを受け取っている訳であるが、この2回の電磁波との作用で電子に与えられたエネルギーが消えて無くなったことになる。これも矛盾である。

特殊相対性理論の前提は電磁波の速度はどの速度系から見ても一定であるとされ、速度系が異なった場合にはローレンツ変換を満足するように時間の進行が遅くなりまた距離が短縮するという結論になっている。この時間と距離の推論は感覚的に受け入れにくい。しかしながらローレンツ変換を用いて種々の物理現象が説明されていて安易に否定することは出来ないが、ローレンツ変換で説明された物理現象はローレンツ変換を用いない別の証明方法が存在するのではないかと思われる。

この考えに基づき、フィゾーの実験式、マイケルソン・モーレーの実験、コンプトン効果について説明を試みた。フィゾーの実験式、マイケルソン・モーレーの実験については屈折率と光速度の関係を幾何学的に捉えた解釈により証明することが出来た。またコンプトン効果については光の量子と電子との弾性衝突を波動的なドップラー効果として扱い証明することが出来た。さらにコンプトン効果の証明結果から質量とエネルギーの等価性が要求されることと、さらに反跳電子のエネルギーと速度の関係式を求めた中で、運動量保存を確保する為には電子の粒子性と波動性の二重性を統一する概念が要請され、またこの概念を用いて特殊相対性理論と全く同じ速度増大による質量の増加を示す速度とエネルギーの関係式を導くことが出来た。(ただし速度は媒体としての絶対宇宙空間に対するものと考えて)。これらの数々の別解釈による説明が出来たということと特殊相対性理論に矛盾が存在することを考えれば特殊相対性理論に固執する理由はなくなったと言える。さらに自由空間における電子速度を示す式からはなんらかの物理量の保存を示す式が出て来ている。また電子の速度とエネルギーの関係式は質量の起源を示しており、以下にこれらの結果を示す。

1、フィゾーの実験式の説明

この実験式の説明については特殊相対性理論の速度の合成を用いることで始めて説明が成された事からして通常の速度の合成として扱ってはうまく説明出来ないと考えられる。真空中の光速 c は $2.9979 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$ で屈折率 n の物質中の速度は (c/n) と表されるが、物質中の光速を次のように考える。図 1 に示す如く、物質中でも光の速度は真空中と同じではあるが物質中では屈折の為に多くの距離を進まなければならない結果として (c/n) の速度になると考える。物質粒子は熱運動していて粒子間の距離は一定ではないが屈折率としては要素波の概念を考慮すれば平均として屈折率が決まり、屈折率は $\cos \theta = L/nL = 1/n$ となると考えられる。この場合物質粒子全体が光の進行方向に速度を持って動けば屈折角が変化しよって屈折率も変化することになり、従って物質の運動速度により物質中の光速が決まると考える。

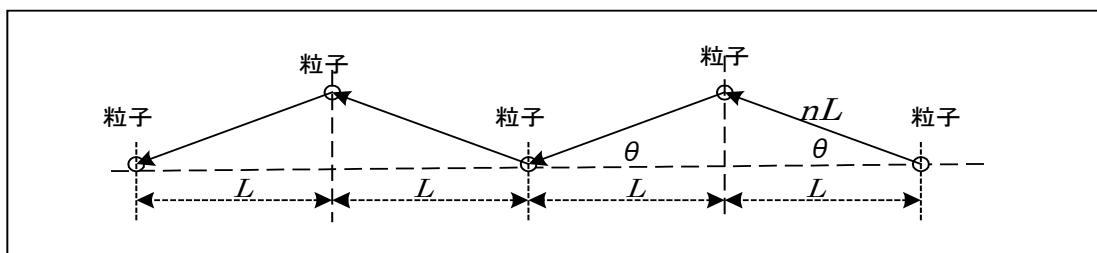


図 1 屈折率と光速の関係、物質の距離 (L) だけ進むのに物質中では (nL) 進む。光が (nL) 進む時間を t とすれば $t = nL/c$ 、物質中の光速を V とすれば $V = L/t = L/(nL/c) = c/n$ の結果になると解釈する。

図 2 に示す如く物質粒子が光の進行方向 (BC 方向) に運動し物質の運動がない場合 A 点にあった粒子が光の B 点から A' 点に到達する間に A' 点に移動する。 A' 点から BC に垂線を下ろしこの点を C' とする。 $\theta = \angle ABC$ 、 $\phi = \angle A'BC$ とし、光が点 B から点 A に到る時間を t_1 、点 B から点 A' に到る時間を t_2 とし、物質の屈折率を n 、光速を c 、とする。この場合屈折角は θ から ϕ に変化し結果として光の速度は $c \cos \phi$ の大きさに変化すると考える。ここで

$$BA' = ct_2, BC' = BA' \cos \phi = ct_2 \cos \phi, CC' = AA' = vt_2$$

$$BA = ct_1, BC = BA \cos \theta = ct_1 \cos \theta, \text{ また } BC' = BC + CC'$$

$$AC = BA \sin \theta = A'C' = BA' \sin \phi \text{ より}$$

$$ct_1 \cos \theta + vt_2 = ct_2 \cos \phi \quad \dots (1) \quad \text{が成立する。}$$

$$ct_1 \sin \theta = ct_2 \sin \phi \quad \dots (2)$$

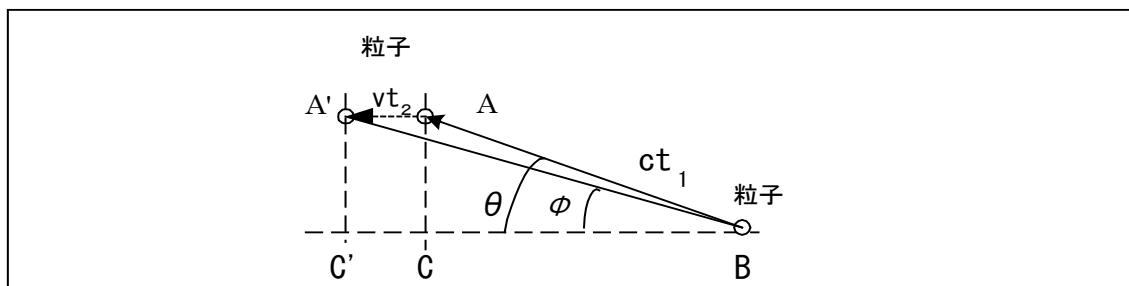


図 2 物質の運動による屈折率の変化の計算、物質粒子が光の進行方向と同じ方向に運動し物質の運動がない場合 A 点にあった粒子が A' 点に移動し $\theta = \angle ABC$ 、 $\phi = \angle A'BC$ 、となる。光が点 B から点 A に到る時間を t_1 、点 B から点 A' に到る時間を t_2 とし、物質の屈折率を n 、光速を c 、とする。

(1)、(2) 式より

$$\cos \theta = \frac{t_2}{t_1} \cos \phi - \frac{v t_2}{c t_1}, \quad \sin \theta = \frac{t_2}{t_1} \sin \phi$$

よって $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ から

$$\begin{aligned} \therefore \left(\frac{t_2}{t_1} \sin \phi\right)^2 + \left(\frac{t_2}{t_1} \cos \phi - \frac{v t_2}{c t_1}\right)^2 &= 1 \\ \therefore \sin^2 \phi + \left(\cos^2 \phi - 2 \frac{v}{c} \cos \phi + \frac{v^2}{c^2}\right) &= \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

さらに (1) 式に $\cos \theta = 1/n$ を代入すると

$$t_1 \frac{1}{n} + \frac{v}{c} t_2 = t_2 \cos \phi, \quad \therefore \frac{t_1}{t_2} = n \left(\cos \phi - \frac{v}{c}\right) \quad \dots (4)$$

(4) 式を (3) 式に代入して

$$\begin{aligned} \therefore 1 - 2 \frac{v}{c} \cos \phi + \frac{v^2}{c^2} &= n^2 \left(\cos^2 \phi - 2 \frac{v}{c} \cos \phi + \frac{v^2}{c^2}\right) \\ \therefore \cos^2 \phi - 2 \frac{v}{c} \cos \phi \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + \frac{v^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) - \frac{1}{n^2} &= 0 \\ \therefore \cos \phi &= \frac{v}{c} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{n^2} - \frac{v^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + \frac{v^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^2} \\ &= \frac{v}{c} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{n^2} - \frac{v^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4}\right)} \quad \dots (5) \end{aligned}$$

$v \ll c$ と考えられるので式 $(v/c)^2$ はおよそ 0 と近似され、従って (5) 式は

$$\cos \phi = \frac{v}{c} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \pm \frac{1}{n} \quad \text{となる。}$$

この時の光速度を V' とすれば

$$V' = c \cos \phi = v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \pm \frac{c}{n} \quad \text{となりフィゾーの実験式と一致する。}$$

速度をもって運動する物質中の光速度を速度の合成と考えずに単に屈折率の変化と解釈することでフィゾーの実験式は説明できたことになる。ローレンツ変換による速度の合成例はこのフィゾーの実験式以外には実例はなく、この点で特殊相対性理論の速度の合成についての存在感は薄まったと思われる。

2、マイケルソン・モーレーの実験の説明

この実験は特殊相対性理論の発端となった実験で、光や電磁波の伝達の媒体 (エーテル) に対して実験室 (地球) がどの方向にどんな速度で動いているのかを測定しようとしたものだったが全く動いていないという結果となり地球の公転・自転と矛盾する結果となった。この矛盾を解決すべくローレンツの変換式が提唱され特殊相対性理論へと発展していった歴史経緯となっている。従ってこの実験の別の解釈による説明がなされ且つ検証されれば特殊相対性理論で否定されている絶対空間の存在を再考しなければならなくなるだろう。

光の屈折の考え方はフィゾーの実験の説明と同じ手法で説明を試みる。図 3 に示す様に装置全体は速度 v で x 軸方向に運動していて、光の進行方向は x 軸に平行な方向と直角な方向の場合を想定してそれぞれの往復の時間を計算する。

2.1 光が x 軸方向を往復する時間 T_1 を求める ($O \rightarrow A' \rightarrow B$)

図 3 に於いて、光が原点 O を出て x 軸方向点 A' で反射されるまでの時間を t_1 、この間装置全体が移動した距離を x_1 、 A' から干渉点 B に戻る時間を t_2 、この間装置全体が移動した距離を x_2 とすると

$$t_1 = OA' / \left\{ \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right\} = \frac{l + x_1}{\frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)} = \frac{l + vt_1}{\frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)}$$

$$\therefore t_1 \frac{c}{n} + t_1 v - t_1 \frac{v}{n^2} = l + vt_1, \quad \therefore t_1 = \frac{l}{\frac{c}{n} - \frac{v}{n^2}} \quad \dots \quad (1)$$

$$t_2 = A'B / \left\{ \frac{c}{n} - v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right\} = \frac{l - x_2}{\frac{c}{n} - v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)} = \frac{l - vt_2}{\frac{c}{n} - v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)}$$

$$\therefore t_2 \frac{c}{n} - t_2 v + t_2 \frac{v}{n^2} = l - vt_2, \quad \therefore t_2 = \frac{l}{\frac{c}{n} + \frac{v}{n^2}} \quad \dots \quad (2)$$

$$\therefore T_1 = t_1 + t_2 = \frac{l}{\frac{c}{n} - \frac{v}{n^2}} + \frac{l}{\frac{c}{n} + \frac{v}{n^2}} = \frac{l \cdot 2 \frac{c}{n}}{\left(\frac{c}{n} \right)^2 - \left(\frac{v}{n^2} \right)^2} = \frac{2l}{\frac{c}{n} \left\{ 1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2 \right\}} \quad \dots \quad (3)$$

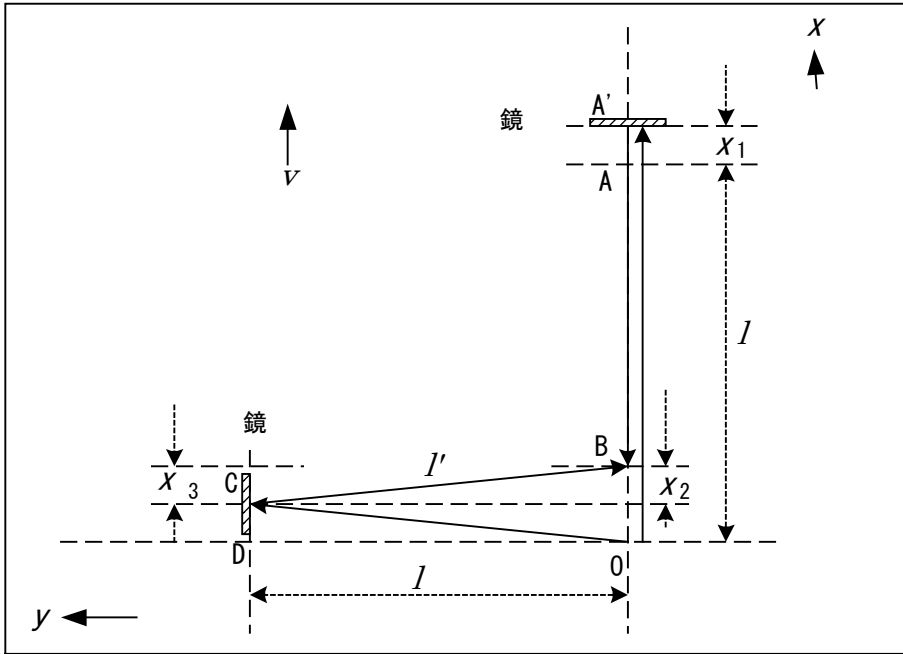


図 3 装置全体は速度 v で x 軸方向に移動している。光が原点 O を出て x 軸方向点 A' で反射されるまでの時間を t_1 、この間装置全体が移動した距離を x_1 、 A' から干渉点 B に戻る時間を t_2 、この間装置全体が移動した距離を x_2 、光源とおのの反射鏡との距離を l 、y 軸方向の反射点を C とし C 点が最あった点を D とする。 OC と CB の距離を l' とし、また屈折率を n 、光速度を c とする。また $CD = OB/2 = x_3$ とする。

2.2 光が y 軸方向を進む距離 l' を求める ($O \rightarrow C \cdot C \rightarrow B$)

図 3 に於いて、光が C 点で鏡に反射され B 点に到達する間に装置全体が移動した距離の $1/2$ を x_3 とすると $CD = OB/2 = x_3$ となる、従って

$$x_3 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)$$

この式に (3) 式を代入して

$$x_3 = \frac{vl}{\frac{c}{n} \left\{ 1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2 \right\}} \quad \dots \quad (4)$$

$l' = \sqrt{x_3^2 + l^2}$ と与えられるので

$$l' = l \sqrt{\frac{v^2}{\left(\frac{c}{n} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2 \right\}^2} + 1} = \frac{l}{\frac{c}{n} \left\{ 1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2 \right\}} \sqrt{v^2 + \left(\frac{c}{n} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2 \right\}^2}$$

$$\therefore l' = \frac{l \left(\frac{c}{n} \right)}{\frac{c}{n} \left\{ 1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2 \right\}} \sqrt{\frac{n^2}{c^2} v^2 + 1 - 2 \left(\frac{v}{cn} \right)^2 + \left(\frac{v}{cn} \right)^4}$$

ここで $v \ll c$ 、 $n \doteq 1$ と考えられよって

$$l' = \frac{l}{\left\{ 1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2 \right\}} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2} = \frac{l}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2}} \quad \dots \quad (5)$$

2.3 実験装置の運動系と光の進む方向が直角の場合の光の速度

フィゾーの実験の場合は実験室系の運動は光の進行方向と並行な場合を考えていたが、ここで求める光速は光の進行方向とは直角方向の場合となる。屈折率と光速の関係はフィゾーの実験式と同じに考える

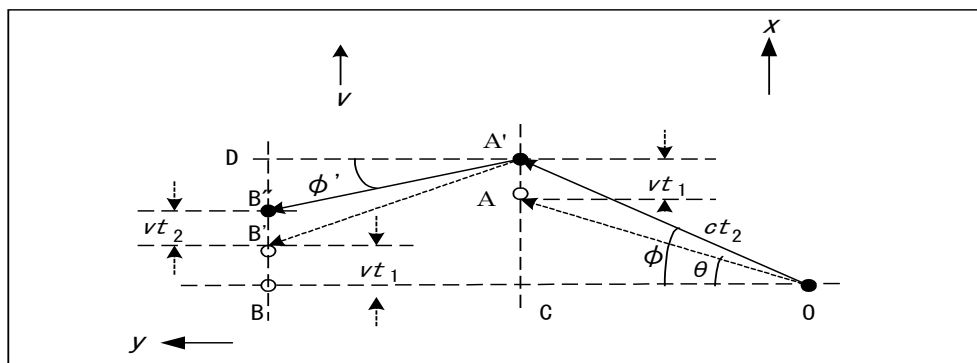


図 4 実験装置の運動系と光の進む方向が直角の場合の光の屈折と速度、実験装置全体は x 軸方向に一定速度 v で運動しているここで光は y 軸方向に進行し、O から出た光が始めに屈折を受ける点を A とすれば実際には実験系は v なる速度で動いているので屈折を受ける位置は A' に移動することになる、ここで $\theta = \angle AOC$ 、 $\phi = \angle A'OC$ とする。次に屈折を受ける分子の位置は B から B' に移り、また光が A' から B' 方向に進む間に B' にあった空気粒子は B'' に移動することになる。この場合 $\angle B'A'D = \theta$ になると考えられまた $\angle B''A'D = \phi'$ とし、空気中の屈折率を $(1/n)$ とする。

図 4 に示す如く光が進む場合、このときの光の速度は $c(\cos\phi + \cos\phi')/2$ になると考える。光が OA を進む時間を t_1 、OA' を進む時間を t_2 とすれば、

CA'=CA+AA' より

$$ct_1 \sin\theta + vt_2 = ct_2 \sin\phi \quad \dots \quad (6)$$

OC=OA cos θ =OA' cos ϕ より

$$ct_1 \cos\theta = ct_2 \cos\phi \quad \dots \quad (7)$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{t_2}{t_1} \left(\sin\phi - \frac{v}{c} \right), \quad \cos\theta = \frac{t_2}{t_1} \cos\phi,$$

ここで $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ であるから

(6) 式と $\cos\theta = 1/n$ より

$$\begin{aligned} \left(\frac{t_2}{t_1} \right) \left\{ \sin\phi - \left(\frac{v}{c} \right) \right\}^2 + \left(\frac{t_2}{t_1} \right) \cos^2\phi &= 1 \\ \therefore 1 - 2\frac{v}{c} \sin\phi + \left(\frac{v}{c} \right)^2 &= \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^2 \quad \dots \quad (8) \end{aligned}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sin\phi - \frac{v}{c}}{\sin\theta}, \quad \therefore \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^2 = \frac{\sin^2\phi - 2\frac{v}{c} \sin\phi + \left(\frac{v}{c} \right)^2}{1 - \frac{1}{n^2}} \quad \dots \quad (9)$$

(8)、(9) 式を結合して

$$\begin{aligned} 1 - 2\frac{v}{c} \sin\phi + \left(\frac{v}{c} \right)^2 &= \frac{\sin^2\phi - 2\frac{v}{c} \sin\phi + \left(\frac{v}{c} \right)^2}{1 - \frac{1}{n^2}} \\ \therefore 1 - \frac{1}{n^2} - 2\frac{v}{c} \sin\phi \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) + \left(\frac{v}{c} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) &= \sin^2\phi - 2\frac{v}{c} \sin\phi + \left(\frac{v}{c} \right)^2 \\ \therefore \sin^2\phi - 2\frac{v}{cn^2} \sin\phi + \left\{ \frac{1}{n^2} + \left(\frac{v}{cn} \right)^2 \right\} - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin\phi &= \frac{v}{cn^2} \pm \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} - \left(\frac{v}{cn} \right)^2 + \left(\frac{v}{cn^2} \right)^2} \\ \therefore \sin\phi &= \frac{v}{cn^2} \pm \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2} \quad \dots \quad (10) \end{aligned}$$

次に $\cos\phi$ を求める、

$$\begin{aligned} \cos^2\phi &= 1 - \sin^2\phi \\ &= 1 - \left\{ \frac{v^2}{c^2 n^4} \pm \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2} \right\}^2 \\ &= 1 - \left\{ \frac{v}{c^2 n^4} \pm 2\frac{v}{c} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn} \right)^2} + 1 - \frac{1}{n^2} - \left(\frac{v}{c} \right)^2 + \left(\frac{v}{cn^2} \right)^2 \right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{n^2} \left\{ 1 - \left(\frac{v}{cn}\right)^2 \pm 2 \frac{v}{c} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn}\right)^2} + \left(\frac{v}{c}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right\}$$

$$\therefore \cos \phi = \frac{1}{n} \left\{ \sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn}\right)^2} \pm \frac{v}{c} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \right\} \quad \dots \quad (11)$$

$$\therefore \cos \phi = \frac{1}{n} \left\{ \sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn}\right)^2} + \frac{v}{c} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \right\}, \quad \cos \phi' = \frac{1}{n} \left\{ \sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn}\right)^2} - \frac{v}{c} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \right\}$$

従って y 軸方向に進む光の速度を V_2 とすれば

$$V_2 = \frac{1}{2} c (\cos \phi + \cos \phi') = \frac{c}{n} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn}\right)^2}$$

ここで光の y 軸方向を進む (O → C → B) 時間を T_2 とすると T_2 は (2・OC/ V_2) となるから

$$\therefore T_2 = \frac{2l'}{V_2} = \frac{2l}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\frac{c}{n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{cn}\right)^2}} = \frac{2l}{\frac{c}{n} \left\{ 1 - \left(\frac{v}{cn}\right)^2 \right\}} \quad \dots \quad (12)$$

(3) 式の T_1 と (12) 式の T_2 は等しく、即ち光の x 軸方向往復と y 軸方向を往復する時間は等しいことになる。従ってこの実験ではエーテルに対する動きは検出できないことになる。エーテルの存在について何らの解答も引き出せないことになる。また (3)、(12) とも如何なる n の値に対しても成り立ち真空中でも同じ結果となる。

マイケルソン・モーレーの実験は特殊相対性理論誕生のきっかけとなった実験であるが、光もしくは電磁波の媒体としてのエーテルの存在の否定も出来ないことから**特殊相対性理論の論拠は失われた**ことになる。

3、コンプトン効果の説明

3.1 エネルギーの概念について

特殊相対性理論でのコンプトン効果の説明は光子と電子の衝突として扱い、完全弾性球の衝突と同じ計算手法のエネルギー保存則と運動量保存則にローレンツ変換を加えて説明している。これらの事情からローレンツ変換を用いずに説明されるとすればエネルギー保存則と運動量保存則での計算手法も変えなければ解決できないと思われる。この類推で弾性球の衝突の力学的解法も見直しの必要があると思われる。古典物理学において、質量 m 、速度 v を持つ物体は運動エネルギーとして ($m v^2 / 2$) が定義される。この値は他の運動速度系からみれば速度が異なりよって異なるエネルギー値を持つこととなる。純粋にエネルギー保存を考える場合には矛盾に思われる。しかしながらエネルギー保存則の取り扱いについては、速度系の違いによってエネルギー値は異なった値となるが、任意の速度系で計算しても矛盾の無い正しい答えが出てくることは知られている。従って運動エネルギーは概念と言うより計算上の便法と考えたほうが良いのではないか。例えば完全弾性球の衝突計算ではエネルギー保存と運動量保存の法則から計算し答えが出されるが、速度について2次の式となり2つの解が出てくる。そして一方の解を実状に合わせて排除しもう一方を解としている。論理の完全性から考えればすべて速度について1次の式で計算し答えを見つける方法があるのではないかと思われる。

図5に示す如く、2つの完全弾性球が一直線上で衝突し然る後、同じ直線上をそれぞれ反対方向に飛び去る場合を考えて推論検討してみる。衝突の瞬間にはそれぞれの弾性球は互いに重心座標系の速度になるまで反対方向の力積がはたらく。ここで重心座標系の速度を v_3 とすれば

$$m_1v_1 - m_1v_3 = \int Fdt \quad , \quad m_2v_2 - m_2v_3 = \int F'dt$$

ここで $F = -F'$ (作用・反作用の法則より)

$$\therefore m_1(v_1 - v_3) = m_2(v_3 - v_2) \quad \dots \quad (1)$$

$$\therefore m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_3$$

$$\therefore v_3 = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} \quad \dots \quad (2)$$

そして完全弾性球なので始めに働いた力積は失われず各々の弾性球に再び作用し、各々 v_4 、 v_5 の速度で離れるとすると、球Aについて衝突の前後の力積は等しく

$$m_1(v_1 - v_3) = m_1(v_3 - v_4)$$

故に

$$v_4 = 2v_3 - v_1 \quad \dots \quad (3)$$

(3) 式に (2) 式 を代入して

$$v_4 = 2 \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} - v_1 \quad \dots \quad (4)$$

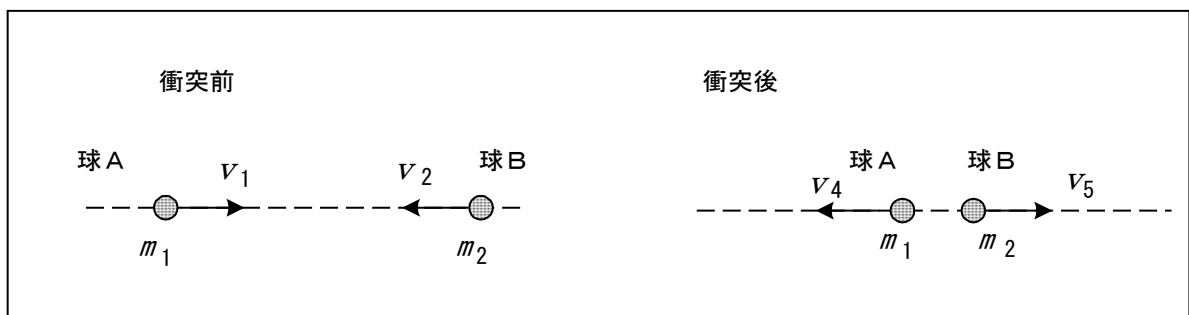


図5、完全弾性球の衝突を速度について一次の式で解く、2つの弾性球A、Bの質量をそれぞれ m_1 、 m_2 衝突前の速度を v_1 、 v_2 とする。一直線上で衝突し然る後、同じ直線上をそれぞれ反対方向に飛び去る速度をそれぞれ v_4 、とする。

同様に 球B については

$$m_2(v_3 - v_2) = m_2(v_5 - v_2) \quad \dots \quad (5)$$

故に

$$v_5 = 2v_3 - v_2$$

この式に (2) 式を代入して

$$v_5 = 2 \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} - v_2 \quad \dots \quad (6)$$

(4)、(6) 式の解の意味は、それぞれの反跳速度は重心系の速度の2倍から各々の入射速度を引いた値となることを示している。

また式 (4) 式を変形して

$$v_4 - \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = - \left\{ v_1 - \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \right\}$$

この式の意味は重心座標系からみれば v_1 と v_4 は大きさが同じで方向が反対になっていることになる。この解法には従来のエネルギー保存則も運動量保存則も出てこない。しいて言えば作用・反作用の法則と力積の保存である。すなわち速度について1次の式で解けたことになる。

なお (4) 式と(6)式をそれぞれ変形すれば

$$v_4 = \frac{2m_2 v_2}{m_1 + m_2} - \frac{(m_2 - m_1) \cdot v_1}{m_1 + m_2}, \quad v_5 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} - \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

となり通常の解法と同じ結果を得ることになる。

3.2 コンプトン効果の説明

電磁波が光子として運動量を持っていることから電子との相互作用としてのコンプトン効果を上記の弾性球の衝突の手法で説明を試みる。図6の如く入射波の振動数を ν 、またこの重心座標系の速度を v 、重心系からみた入射波の振動数 ν' 、プランク定数を h 、電子質量を m 、光速を c とする。この場合電子と光の相互作用の重心座標系の考え方が問題となる。類推として重心座標系からみた静止電子の運動量と重心座標系からみた電磁波の運動量が方向が反対で大きさが同じになるような速度系と考えればよい。よって

$$mv = \frac{h\nu'}{c} \quad \dots \quad (7) \quad \text{が成立する。}$$

この場合重心系からみた入射波の振動数はドップラー効果として扱うのが妥当と思われる

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad \dots \quad (8)$$

が成立する。(8) 式を (7) 式に代入して重心座標系の速度を求めれば

$$mv = \frac{h\nu}{c} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad \dots \quad (9)$$

$$\therefore mv + \frac{h\nu}{c^2} v = \frac{h\nu}{c}$$

$$\therefore v = \frac{h\nu}{mc} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}} \quad \dots \quad (10)$$

重心座標系の速度を示す (10) 式を (8) 式に代入すれば重心座標系からみた入射波の振動数が出て来る。

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{v}{c}\right) = \nu \left(1 - \frac{h\nu}{mc^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}}\right) = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}} \quad \dots \quad (11)$$

コンプトン効果としては、この重心速度系から ν' の振動数の反射波が出る事になる訳で、従って重心速度の速度を持つ光源から出る光を θ 方向から見るドップラー効果として観測されることになる。

この振動数を ν'' とすればドップラー効果として

$$\nu'' = \nu' \frac{c}{c - v \cos \theta} = \frac{\nu'}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad \dots \quad (12) \text{ が成立する}$$

(12) 式に (10)、(11) 式を代入すれば

$$\nu'' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\frac{h\nu}{mc^2}}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}} \cos \theta} = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2} - \frac{h\nu}{mc^2} \cos \theta} \quad \dots \quad (13)$$

(13) 式の左辺の分母を払うと

$$\begin{aligned} \therefore \nu'' + \frac{h\nu}{mc^2} (1 - \cos \theta) \nu'' &= \nu \\ \therefore \nu - \nu'' &= \frac{h\nu}{mc^2} \nu'' (1 - \cos \theta) \end{aligned}$$

両辺を $\nu \nu''$ で割って

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu''} - \frac{1}{\nu} &= \frac{h}{mc^2} (1 - \cos \theta) \\ \frac{c}{\nu''} - \frac{c}{\nu} &= \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) \quad \dots \quad (14) \end{aligned}$$

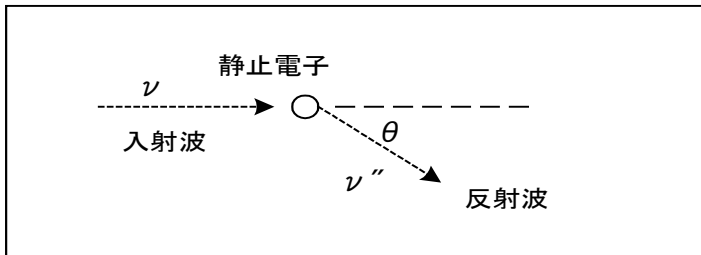


図 6、静止電子と電磁波の相互作用、入射波の振動数を ν 、プランク定数を h 、電子質量を m 、光速度を c 、とする。

ここで $\frac{c}{\nu} = \lambda, \frac{c}{\nu''} = \lambda''$ とすれば (14) 式は

$$\lambda'' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

となりコンプトン効果の式に一致する。かくしてコンプトン効果についてもローレンツ変換を用いずに説明することが出来た。ここでの推論では電磁波を光子として扱って運動量を与え、静止電子との衝突と考えて計算を進めた。この説明でもエネルギー保存則は使用せずに済んでいる。

4 コンプトン効果の反跳電子の速度とエネルギーについて

コンプトン効果を非相対論的に説明した中で、振動数 ν の電磁波を量子化し ($h\nu/c$) の運動量を持つとして静止電子との重心座標系の速度を求めることにより説明を成立させた。反射波の振動数が減少し

また方向も変化しているので電磁波の運動量の変化分は運動量保存則から全て反跳電子が受け取ったことになる。従ってコンプトン効果の結果から逆に電子の絶対空間に対する速度と運動量の関係式が導き出されると考えられる。

コンプトン効果で、静止電子と入射電磁波の重心座標系の速度の式は 3.2 節 (10) 式より

$$v = \frac{1}{m} \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}}$$

この式の意味は重心座標系の速度は入射電磁波の運動量 ($h\nu/c$) を電子質量 m で割ったものに比 $1/(1 + h\nu/mc^2)$ を掛けたものと言う事になる。従ってこの比の分母の ($h\nu/mc^2$) も比を表さねばならないことになる。また比 ($h\nu/mc^2$) の分子 ($h\nu$) はエネルギーを示しているので分母の (mc^2) も エネルギーを表すことが要請される。式 ($h\nu/mc^2$) を ($h\nu/c$)/ mc と変形すればこの式の分子 ($h\nu/c$) は運動量を表しているので分母の (mc) も 運動量を示すことになる。この場合運動量は運動量の差を扱っているので、力積を意味していると考えたほうが適切と思われる。従って電磁波の運動量 ($h\nu/c$) と質量 m 速度 v の粒子の運動量 (mv) とを同等に扱った帰結として静止電子が力積 (mc) またはエネルギー (mc^2) をもつことが要請されることになり $E=mc^2$ の質量とエネルギーの等価性の証明にもなる。

4.1 コンプトン効果で反跳電子に渡される運動量

静止電子に渡される入射波と反射波の運動量の変化分を計算する上で推論を簡単にするために反射波の出た方向を入射波の正反対方向即ちコンプトン効果で反射波の出る方向を ($\theta = \pi$) の場合を検討することにする。入射波の振動数を ν 、反射波の振動数を ν'' 、静止電子と入射電磁波の重心座標系の速度を v_c 、反跳電子の速度を v とする。

$$v_c = \frac{h\nu}{mc} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}} \quad \dots (15) \quad , \quad v'' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos\pi)} = \frac{\nu}{1 + 2\frac{h\nu}{mc^2}} \quad \dots (16)$$

作用電磁波の運動量の変化分は入射波と反射波の方向は 180° 異なるので両者の和で表され

$$\frac{h\nu}{c} + \frac{h\nu''}{c} = \frac{h\nu}{c} + \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}} = \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{2(1 + \frac{h\nu}{mc^2})}{1 + 2\frac{h\nu}{mc^2}} \quad \dots (17) \text{ が成立する。}$$

一方反跳電子の受け取る運動量は、3.1 節の弾性球の衝突のから類推すれば静止状態から重心座標系に移るために蓄えられた力積と同じ量の力積が作用し重心座標系から反跳速度になると考えられ、3.1 節の (6) 式で $v_2 = 0$ の場合の v_5 の値となり結果として重心座標系の 2 倍の速度になると考えられる。よって (15) 式より

$$mv = 2mv_c = \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{2}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}} \quad \dots (18) \quad \text{の値になる。}$$

(17) 式と (18) は一致せず運動量保存則が成立しない事になり矛盾となる。(18) 式の意味は電子の得る運動量を単に重心系からみた入射波の運動量の 2 倍としていて、この為不一致が生じている。

4.2 電子の概念と運動量の概念を考えなおす。

この矛盾を解決するには電子の運動量を従来の質量と速度の積で考えるのではなく、電磁波の運動量

を $(h\nu/c)$ と考えた逆を電子に当てはめ、電子の運動量を振動数に結びつけて波動的に扱うべきと思われる。では何故波動であるものが光速度で進行せずに静止したり、種々の速度をとることが出来るのか。波動がなにかに捕捉されていると考えればこの問題を解決出来ると思われる。

図7の如く互いに反対方向に進行する電磁波が何らかの原因で互いに結び付き重心を中心にして回転進行するようになったものを電子と考える。即ち2つの波動の重心が静止したりまた種々の速度をとったりすると考えれば波動でありながら光速度以外の速度をとることが出来ることになる。この場合2つの波動の重心の速度は3.2節のコンプトン効果の重心速度のようにドップラー効果的に決まるとして、重心速度を v 、 a 、 b をそれぞれ電磁波の力積（運動量の絶対値）とすれば

$$a(1 - \frac{v}{c}) = b(1 + \frac{v}{c}) \quad \dots \quad (19) \quad (\text{ただし } a > b)$$

と表現されることになる。従ってこの重心速度が電子の速度として観測されることになる。静止電子の場合は $v = 0$ の場合で (19) 式では $a = b$ となり、4.1節の結論より $a + b = mc$ とすれば $a = b = mc/2$ となる。

この手法でコンプトン効果の重心系の速度 v_c を求めてみる。例えば (19) 式の左辺に入射波が作用して一緒に動くとするれば重心系の速度として

$$(\frac{1}{2}mc + \frac{h\nu}{c})(1 - \frac{v_c}{c}) = \frac{1}{2}mc(1 + \frac{v_c}{c}) \quad \dots \quad (20) \text{ が成立する。}$$

$$\therefore \frac{1}{2}mc + \frac{h\nu}{c} - (\frac{1}{2}mc + \frac{h\nu}{c})\frac{v_c}{c} = \frac{1}{2}mc + \frac{1}{2}mc \cdot \frac{v_c}{c}$$

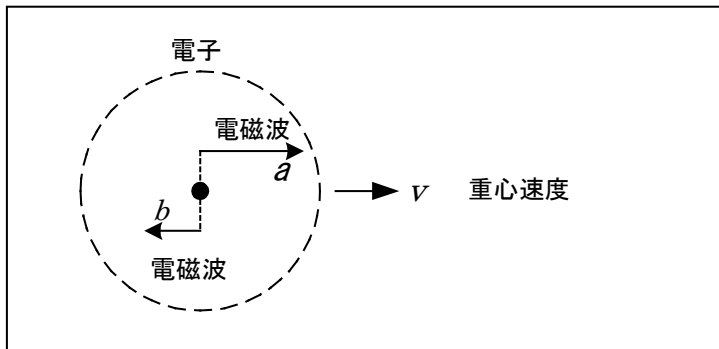


図7、電子の運動量の概念の考え直し、互いに反対方向に進行する電磁波が結び付き重心を中心にして回転進行するようになったものを電子と考える。重心速度を v 、 a 、 b をそれぞれの電磁波の力積（運動量の絶対値）とする。

$$\therefore \frac{h\nu}{c} = (mc + \frac{h\nu}{c})\frac{v_c}{c}$$

$$\therefore mv_c = \frac{h\nu}{c}(1 - \frac{v_c}{c}) \quad \dots \quad (21)$$

この式は3.2節の(8)式と一致し重心座標系の速度を示す式となっている。従って(21)式を変形して逆に(20)式が導かれることを示している。即ち重心座標系の速度を示す(21)式から(20)式が導かれ(20)式は電子の運動量と入射電磁波の運動量が融合した表現になっていて電子自体を速度について波動的に扱えること示していることになる。同じ考えで反射波を出した後の電子の速度を示す式は

$$(\frac{1}{2}mc + \frac{h\nu}{c})(1 - \frac{v}{c}) = (\frac{1}{2}mc - \frac{h\nu''}{c})(1 + \frac{v}{c})$$

と表現されると考えられる。運動量の保存について上式は $\frac{h\nu}{c}$ を得て $\frac{h\nu''}{c}$ を失っている事を示し保存則は明示せずとも成立していることになる。

4.3 新しい概念でコンプトン効果の結果から電子速度と力積の関係を求める。

図8に示すコンプトン効果で、静止電子の質量を m 、光速を c 、またプランク定数を h 、また a 、 b を電子を構成する反対方向に進行する電磁波の力積とすると反跳電子の速度を示す式は

$$a(1 - \frac{v}{c}) = b(1 + \frac{v}{c}) \quad \dots \quad (22)$$

と表現され、また全力積は保存されて

$$a + b = mc + \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu''}{c} \quad \dots \quad (23) \quad \text{と表される。}$$

また電子の得た力積を U とすると

$$U = \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu''}{c} \quad \dots \quad (24) \quad \text{で表される。}$$

(24) 式を (23) 式に代入すれば

$$a + b = U + mc \quad \dots \quad (25)$$

($a - b$) は電子の得た運動量となるので、運動量の保存より

$$(a - b) \cos \phi = \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu''}{c} \cos \theta \quad \dots \quad (26)$$

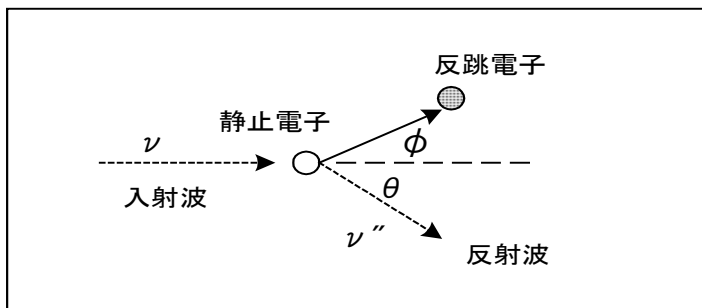


図8、新しい概念の電子速度と運動量の関係、反射波は θ 方向に出て反跳電子は ϕ 方向に進む、入射波の振動数を ν 、反射波の振動数 ν'' とする

$$(a - b) \sin \phi = \frac{h\nu''}{c} \sin \theta \quad \dots \quad (27)$$

そしてコンプトン効果から

$$\frac{h\nu''}{c} = \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos \theta)} \quad \dots \quad (28)$$

(26)² + (27)² より

$$(a-b)^2 \cos^2 \phi + (a-b)^2 \sin^2 \phi = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c} \cdot \frac{h\nu''}{c} \cos \theta + \left(\frac{h\nu''}{c}\right)^2$$

$$\therefore (a-b)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c} \cdot \frac{h\nu''}{c} \cos \theta + \left(\frac{h\nu''}{c}\right)^2 \quad \dots \quad (29)$$

ここで (22) 式より

$$(a-b) = \frac{v}{c}(a+b)$$

この式に (25) を代入して

$$\therefore (a-b) = \frac{v}{c}(U+mc) \quad \dots \quad (30)$$

(30) 式を (29) 式に代入し

$$\therefore \left(\frac{v}{c}\right)^2 (U+mc)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c} \cdot \frac{h\nu''}{c} \cos \theta + \left(\frac{h\nu''}{c}\right)^2 \quad \dots \quad (31)$$

次に (28) 式を変形して

$$\frac{h\nu''}{c} + \frac{h\nu}{mc^2} \cdot \frac{h\nu''}{c} (1 - \cos \theta) = \frac{h\nu}{c}$$

$$\frac{h\nu}{mc^2} \frac{h\nu''}{c} - \frac{h\nu}{mc^2} \frac{h\nu''}{c} \cos \theta = \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu''}{c}$$

両辺に mc をかけて

$$\frac{h\nu}{c} \frac{h\nu''}{c} - \frac{h\nu}{c} \frac{h\nu''}{c} \cos \theta = mc \left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu''}{c} \right)$$

$$\therefore \frac{h\nu}{c} \frac{h\nu''}{c} \cos \theta = \frac{h\nu}{c} \frac{h\nu''}{c} - mc \left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu''}{c} \right) \quad \dots \quad (32)$$

(32) を (31) に代入して整理すると

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 (U+mc)^2 = \left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu''}{c}\right)^2 + 2mc \left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu''}{c}\right)$$

$$= U^2 + 2mcU$$

$$= (U+mc)^2 - (mc)^2 \quad \dots \quad (33)$$

$$\therefore (U+mc)^2 = \frac{(mc)^2}{1-(v/c)^2} \quad \dots \quad (34)$$

$$\therefore U+mc = \pm \frac{mc}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad \dots \quad (35)$$

コンプトン効果の結果から電子の速度と力積の関係式を導くことが出来たが、この式は特殊相対性理論の質量の増加式に一致する。ただしこの式では速度は絶対空間に対する速度であり絶対自由空間に対して電子が速度をもつ場合に電子が電磁波から受け取った力積に応じて速度が決定されることを示している。このことは絶対空間に対して速度を減ずるときに電子は力積を電磁波の形で放出するとして矛盾がない。また速度増大による質量増大の説明にもなっている。

これまでの推論で電子を反対方向に進行する二つの電磁波の結合したものと仮定して論理を組み立てているが、それぞれの電磁波の持つ力積の大きさには一定の関係式が成立すると考えられる。次にこ

の関係式を求めることにする。それぞれ反対方向に進む電磁波の力積の大きさを a と b とする、まず (25) 式を (34) 式に代入して

$$(U + mc)^2 = (a + b)^2 = \frac{(mc)^2}{1 - (v/c)^2} \quad \dots \quad (36)$$

(22) 式より

$$\frac{v}{c} = \frac{a - b}{a + b} \quad \dots \quad (37)$$

(36) 式に (37) 式を代入して

$$(a + b)^2 = \frac{(mc)^2}{1 - \left(\frac{a - b}{a + b}\right)^2}$$

$$\therefore (a + b)^2 - (a - b)^2 = (mc)^2 \quad \dots \quad (38)$$

$$\therefore 4ab = (mc)^2$$

$$\therefore ab = \left(\frac{1}{2}mc\right)^2 \quad \dots \quad (39)$$

(39) 式の左辺の積 (ab) は常に一定となり保存則を示していることになる。この積の保存がどんな物理量に対応しているかここでは結論が出ない。(38) 式にもどれば (38) の意味は全力積 ($a + b$) と運動量 ($a - b$) と静止状態での力積 (mc) とがピタゴラスの定理の関係で結ばれていることを示し、非常に簡潔で美しい関係式になっている。

4.4 電子速度と力積の関係を電子速度とエネルギーの関係で推論する

4 節の冒頭での検討で力積とエネルギーが同じ性格の物理量として扱えそうなことが推理されるので、新しく出てきた電子速度と力積の関係を力積の代わりにエネルギーを用いてコンプトン効果を説明することができると思われるので検討してみる。

8 図において力積として扱った a と b をエネルギーとして扱う、速度を示す式は

$$a\left(1 - \frac{v}{c}\right) = b\left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad \dots \quad (40) \quad (\text{この式を波動的速度式と呼ぶことにする。})$$

と表現される。

全エネルギーは保存され

$$a + b = mc^2 + h\nu - h\nu'' \quad \dots \quad (41)$$

また電子の得たエネルギーは

$$U = h\nu - h\nu'' \quad \dots \quad (42)$$

(42) を (41) に代入し

$$a + b = U + mc^2 \quad \dots \quad (43)$$

電子も電磁波の一種の波動としているので、エネルギー差を光速度で除した $\frac{(a - b)}{c}$ が電子の得た運動量

を表すと考えられ、運動量の保存より

$$\frac{(a-b)}{c} \cos \phi = \frac{h\phi}{c} - \frac{h\nu''}{c} \cos \theta \quad \dots \quad (44)$$

$$\frac{(a-b)}{c} \sin \phi = \frac{h\nu''}{c} \sin \theta \quad \dots \quad (45)$$

そしてコンプトン効果から

$$h\nu'' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos \theta)} \quad \dots \quad (46)$$

まず(44)²+(45)²より

$$\begin{aligned} (a-b)^2 \cos^2 \phi + (a-b)^2 \sin^2 \phi &= (h\nu)^2 - 2h\nu \cdot h\nu'' \cos \theta + (h\nu'')^2 \\ \therefore (a-b)^2 &= (h\nu)^2 - 2h\nu \cdot h\nu'' \cos \theta + (h\nu'')^2 \quad \dots \quad (47) \end{aligned}$$

ここで (40) 式より

$$(a-b) = \frac{v}{c}(a+b)$$

この式に (43) 式を代入して

$$\therefore (a-b) = \frac{v}{c}(U + mc^2) \quad \dots \quad (48)$$

(48)式を(47)に代入して

$$\therefore \left(\frac{v}{c}\right)^2 (U + mc^2)^2 = (h\nu)^2 - 2h\nu \cdot h\nu'' \cos \theta + (h\nu'')^2 \quad \dots \quad (49)$$

次に (46) 式を変形して

$$\begin{aligned} h\nu'' + \frac{h\nu}{mc^2} \cdot h\nu''(1 - \cos \theta) &= h\nu \\ \therefore \frac{h\nu}{mc^2} h\nu'' - \frac{h\nu}{mc^2} h\nu'' \cos \theta &= h\nu - h\nu'' \end{aligned}$$

両辺に mc^2 をかけて

$$\begin{aligned} \therefore h\nu \cdot h\nu'' - h\nu \cdot h\nu'' \cos \theta &= mc^2(h\nu - h\nu'') \\ \therefore h\nu \cdot h\nu'' \cos \theta &= h\nu \cdot h\nu'' - mc^2(h\nu - h\nu'') \quad \dots \quad (50) \end{aligned}$$

(50) 式を (49) に代入して整理すると

$$\begin{aligned} \left(\frac{v}{c}\right)^2 (U + mc^2)^2 &= (h\nu)^2 - 2h\nu \cdot h\nu'' + 2mc^2(h\nu - h\nu'') + (h\nu'')^2 \\ &= (h\nu - h\nu'')^2 + 2mc^2(h\nu - h\nu'') \\ &= U^2 + 2mc^2U \\ &= (U + mc^2)^2 - (mc^2)^2 \quad \dots \quad (51) \end{aligned}$$

$$\therefore (U + mc^2)^2 = \frac{(mc^2)^2}{1 - (v/c)^2} \quad \dots \quad (52)$$

$$U + mc^2 = \pm \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \dots \quad (53)$$

この式は特殊相対性理論の結果とまったく一致する。(53) 式の左辺は電子の持つ全エネルギーを示しているので絶対自由空間に対して電子が速度をもつ場合は右辺の如く電子の持つ全エネルギーは増大することになる。従って絶対空間に対して速度を減ずる場合はエネルギーを放出することになる。相対的に速度を扱ってはエネルギーの増大基準となるものがなくなり矛盾が起きることになる。

電磁波の場合力積とエネルギーの関係は運動量（力積）に光速を掛けたものがエネルギーを表し、電子についても波動的速度式の概念を適用すれば電磁波の場合と同様に力積とエネルギーを扱うことができることになる。次に力積での説明と同様にそれぞれ反対方向に進む電磁波のエネルギー量としての a と b の関係式を求める。

まず (43) 式を (52) 式に代入して

$$(U + mc^2)^2 = (a + b)^2 = \frac{(mc^2)^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad \dots \quad (54)$$

また (40) 式より

$$\frac{v}{c} = \frac{a - b}{a + b} \quad \dots \quad (55)$$

(55) 式を (54) 式を代入して

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= \frac{(mc^2)^2}{1 - \left(\frac{a - b}{a + b}\right)^2} \\ (a + b)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{a - b}{a + b}\right)^2 \right\} &= (mc^2)^2 \\ \therefore (a + b)^2 - (a - b)^2 &= (mc^2)^2 \quad \dots \quad (56) \\ \therefore 4ab &= (mc^2)^2 \\ \therefore ab &= (mc^2 / 2)^2 \quad \dots \quad (57) \end{aligned}$$

この結果も力積 (mc) がエネルギー (mc^2) に入れ変わったにすぎない。

電磁波については力積（運動量）もエネルギーも振動数に比例して増大するが電子の場合、反対方向に進行する2つの電磁波が結合した形態の為に運動量とエネルギーの関係が電磁波とは異なることになる。

5、 波動的速度式を検討する。

電子の自由空間での速度を示す波動的速度式はコンプトン効果の説明の4節の (21) 式より

$$\left(\frac{1}{2}mc + \frac{h\nu}{c}\right)\left(1 - \frac{v}{c}\right) = \left(\frac{1}{2}mc - \frac{h\nu''}{c}\right)\left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad \dots \quad (1) \text{ で表され}$$

この場合の反射波の大きさは同じ4節の (28) 式より

$$\frac{h\nu''}{c} = \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \quad \dots \quad (2) \text{ で示される。}$$

(2) 式で $\theta = 0$ の場合は $\cos\theta = 1$ であるから

$$\frac{h\nu''}{c} = \frac{h\nu}{c} \text{ となり入射波と反射波の振動数は等しくなる。}$$

従って電子に渡される力積は

$$\frac{h\nu''}{c} - \frac{h\nu}{c} \text{ で与えられゼロとなるので (1) 式では } \nu=0 \text{ となりコンプトン反応はなかつ}$$

たことと同じになる。

次に (2) 式で $\theta = \pi$ の場合作用は最大で $\cos \theta = -1$ であるから反射波の大きさは

$$\frac{h\nu''}{c} = \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{1}{1 + 2\frac{h\nu}{mc^2}} \quad \dots \quad (3) \text{ となる。}$$

(3) 式を観察すると $h\nu$ (入射波のエネルギー) が mc^2 (電子の静止エネルギー) と比較して十分に小さいときは反射波は入射波とほぼ同じ大きさの振動となる。

(3) 式をさらに変形し

$$\frac{h\nu''}{c} = \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{1}{1 + 2\frac{h\nu}{mc^2}} = \frac{h}{c} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\nu} + 2\frac{h}{mc^2}} \quad \dots \quad (4)$$

ここで入射波の振動数 ν を無限大にとると (4) 式は

$$\frac{h\nu''}{c} = \frac{h}{c} \cdot \frac{1}{2\frac{h}{mc^2}} = \frac{1}{2} mc \quad \text{となり} \underline{\text{反射波の最大値は電子の静止力積の半分の大きさになる}}$$

従って電子と電磁波との相互作用では 静止力積の半分以上の反射波は出て来ないことになる。

上記下線部の命題に関連してリュードベリ定数と微細構造定数そして静止電子の半分のエネルギーとの興味深い関係を次ぎに示す。リュードベリ定数は始め水素原子のスペクトル系列を表現する際に出て来た波数を示す式の係数として定義された。後にボーアが水素原子模型を提唱した時に

$$R = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c} \quad R : \text{リュードベリ定数}$$

と計算されることを示した、この式を微細構造定数 ($\alpha = 2\pi e^2 / hc$) を用いて変形すれば

$$R = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c} = \left(\frac{1}{2} mc^2\right) \cdot \left(\frac{2\pi e^2}{hc}\right)^2 \cdot \frac{1}{hc} = \left(\frac{1}{2} mc^2\right) \cdot \alpha^2 \cdot \frac{1}{h} \cdot \frac{1}{c} \quad \dots \quad (5)$$

と表される。(5) 式の右辺の意味するものは、リュードベリ定数は電子の静止エネルギーの半分に微細構造定数の2乗を乗じたものを振動数に変換すべくプランク定数で除したものをさらに波数に換算するよう光速で除した値を示していることになる。このことは原子の構造に起因していると考えられるがここでも 静止エネルギーの半分の値となっている。

4 節 (22) 式の波動的速度式にもどって力積またはエネルギーと速度の関係を調べてみる。

$$a(1 - v/c) = b(1 + v/c) \quad \dots \quad (6) \text{ が成立し}$$

$$ab = (mc^2/2)^2 \quad \dots \quad (7) \text{ が保存されている。 (力積の場合は } ab = (mc/2)^2 \text{)}$$

($a + b$) は全力積または全エネルギーを示す。

(6) 式の表している意味は反対方向に進む2つの電磁波の結合した重心速度 (電子の速度) から見ればそれぞれの電磁波の力積またはエネルギーはドップラー効果的に等しくなる事をしめしている。

光 (電磁波) は ($h\nu$) のエネルギーを持ち光の速度で進むが質量は持たないとされている、何故な

らば光のエネルギーが変化しても速度は変化しない為である。一方ここで議論の電子像はそれぞれ反対方向に進む電磁波が結合したもので (7) 式の条件でそれぞれの反対方向に進む電磁波のエネルギーの大きさが変化しその2つの電磁波の結合の重心の速度が変わり電子の速度として観測され、速度の変化の程度を示す (6) 式自体が質量の起源を示していることになる。電子の速度は得た力積またはエネルギーの大きさで決まり、力積またはエネルギーの増減がなければ速度は変化せず、従って慣性の法則を示していることになり、且つ電子が速度を変えるにはそれぞれ反対方向に進む力積あるいはエネルギーの変換が必要でありこのことは慣性抵抗を意味し、従って波動的速度式の概念は質量の起源を示していることになる。

まとめ

- ・ 特殊相対性理論で説明されて来た物理現象の中でローレンツ変換に関わる3例（フィゾーの実験式・マイケルソン・モーレーの実験・コンプトン効果）はローレンツ変換を用いずに説明できた。
- ・ マイケルソン・モーレーの実験ではエーテルの存在を否定出来ないので特殊相対性理論のその論拠は失われたことになる。
- ・ 以上の見地から判断すれば電磁波の媒体の存在を否定する根拠はなくなり、波動である電磁波の媒体となる絶対空間の存在を肯定するほうが自然である。
- ・ コンプトン効果の説明では電磁波の光子としての運動量と電子の運動量を同等に扱い、かつ電磁波と電子の挙動をドップラー効果的に扱うことにより説明することが出来た。また電磁波の光子としての運動量と電子の運動量を同等に扱った帰結として質量 m の電子が静止状態で (mc) の力積また (mc^2) のエネルギーを持つことが要請され特殊相対性理論の結論と同じ結果が出ている。
- ・ コンプトン効果の非相対論的説明から運動量保存則より速度を持った電子の力積と速度の関係式を求めることが出来たが、電子を電磁波(波動)の一形態と考えドップラー効果的・波動的に扱うことで運動量保存則を満足させる関係式を得ることが出来た。力積で電子の速度を示す式 $a(1-v/c)=b(1+v/c)$ では $(a-b)$ は運動量を示し、 $(a+b)$ は電子の全力積を示して、静止状態でも $a+b=mc$ なる力積を持つ。また 式 $ab=(mc/2)^2$ で示される積が速度に関係なく保存されている。速度の増大とともに全力積も $U+mc=\frac{mc}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ の大きさに増大し、特殊相対性理論の質量の増加を示すことと同じ結果を得ている。ただしこの速度は絶対空間に対する速度を意味している。
- ・ 力積と同等にエネルギーで速度式を $a(1-v/c)=b(1+v/c)$ 、で現すことが出来、 $((a-b)/c)$ は運動量を示し、 $(a+b)$ は電子の全エネルギーを示して、静止状態でも $a+b=mc^2$ なるエネルギーを持つ。また 式 $ab=(mc^2/2)^2$ で示される積が速度に関係なく保存される。速度の増大とともに全エネルギーも

$$U+mc^2=\frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

の大きさに増大し、特殊相対性理論の質量の増加を示すことと全く同じ結果となるが、あくまでも絶対空間に対する速度を意味する。従って力積とエネルギーは同じ物理量を意味していると考えられる。(単位は異なっているが)

- ・ これらの式は電子について成立しエネルギーと質量の等価性も自由空間に対する速度による質量の

増加も成立し且つ物質粒子の粒子性と波動性の二重性をも考慮して一般の粒子にまで拡張すれば質量欠損や水星の近日点の移動の説明にもあてはまることになる。これらの結論は特殊相対性理論から出てきた現象をほとんど別解釈により説明し得たことになる。特殊相対性理論は事実と一致する多くの現象・事象を予言し説明しているのは自然界がローレンツ変換を満足するような構造をしていたと考えるべきだろう。それ故ローレンツ変換を理論付けする為に考え出された速度の違いによる時間の増大や空間の短縮の概念を否定して問題はないと思われる。

- これまで物理の世界では物質の粒子性と波動性の二重性が云われてきたが、波動の一形態が物質(粒子)として観測されると考えれば物質は波動そのものと考えることが出来る。従って電磁波の媒体の中を物質が自由に移動することは波動の重心が移動することでありなんら問題とならない。
- 電磁波は自己の持つエネルギーが変化しても速度は変化しない為質量を持たないが、同じ波動の一形態と考えられる電子の自由空間での速度を示す波動的速度式 $a(1-v/c) = b(1+v/c)$ では、それぞれ結合し反対方向に進む電磁波のエネルギーの大きさによって重心の速度が変わり電子の速度として観測されることから速度の変化の程度を示す上式自体が質量の起源を示していることになる。電子の速度は得た力積またはエネルギーの大きさで決まり、力積またはエネルギーの増減がなければ速度は変化せず、従って慣性の法則を示していることになり、且つ電子が速度変化をするにはそれぞれ反対方向に進む力積あるいはエネルギーの変換が必要である。このことは慣性抵抗を意味し、よって波動的速度式の概念は質量の起源を示していることになる。