[コンプトン効果についての解説]

特殊相対性理論では光子と静止電子の衝突として運動量保存則とエネルギー保存則更にローレンツ変換を用いて完全弾性球の衝突と同じように説明している。よってこれに代わり得る説明があるとしても完全弾性球の衝突とそれほどかけ離れた論理展開にはならないと思われる。

そこで先ず完全弾性球の衝突を検討してなにかヒントが得られないかを考える。完全弾性球の衝突では運動量保存則とエネルギー保存則から答えを導いているが運動エンルギーは速度の二乗で　表現されることから 2 次方程式となり答えが２つ出てくるが不要と思われる解を排除し１つの解を得ている。このことは論理の不完全性を示しているので速度について１次式で処理し答を得ることが出来る筈である。

推論を簡略化する為に２つの弾性球は夫々反対方向から正面衝突し夫々反対方向に進む場合を推論した。完全弾性球の衝突を時間を追って再現すれば、両方の球が衝突し作用･反作用で夫々方向が反対で大きさの同じ力が同じ時間だけ働くことで両者は同じ速度（重心系の速度）になり一体となる。そして力積が貯えられる。次に貯えられた力積が働き両球は反対方向に加速されることになる。これを計算して全て速度について１次の式で処理されて答えを得ることができ、なんらの欠点のない推論になっている。

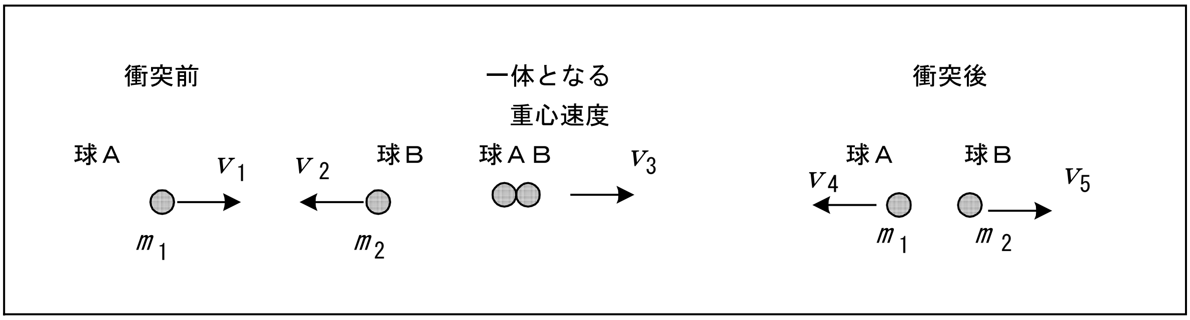

図１

また式（４）式を変形した　$v_4 - \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = -\left\{ v_1 - \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} \right\}$　式

の物理的意味として、Ａ球の衝突前後の速度は重心速度にたいしてちょうど反対方向で大きさが同じとなる明確な答えになっている。この推論では作用の前後で変わらない重心系の速度と力積の保存(運動量の保存と言い換える事が出来る)で解決出来た事を示している。

上記の類推でコンプトン効果の説明を試みる。電磁波が光子として運動量を持つことは知られていがこの光子と静止電子との衝突として推論する。先ず上記の類推から光子と静止電子の重心系の速度を求めなければならない。この重心系からみれば夫々反対方向で大きさの同じ運動量となることから電子質量(m)とすれば電子の運動量は($m\,v$)となる。重心系速度系から見た入射波の振動数を(ν')とし、プランク定数 (h)、光速度(c)とすると入射波の運動量は($h\,\nu'/\,c$)と成る　、よって($m\,v$) と($h\,\nu'/\,c$)が等しいので

$m\,v = h\,\nu'/\,c$　･･･　（７）式が成立する。

入射電磁波の重心座標速度系での振動数は光子ではあるが電磁波動であることと入射波と重心系速度の進行方向は同方向であることからドップラー効果として

$\nu' = \nu\,(1 - v/\,c)$　･･･（８）式が成立する

（８）式を（７）式に代入すると

$$m\,v = (h\,\nu/c)(1 - v/c) \quad \cdots \quad (9)$$ となる

整理すると、重心座標系の速度が入射電磁波の振動数で表現されて

$$v = (h\,\nu/mc)\cdot\{1/(1+h\,\nu/(mc^2)) \quad \cdots \quad (10)$$ が出て来る。

この速度 v を（８）式に代入して

$$\nu' = \nu/\{1+h\,\nu/(mc^2)\} \quad \cdots \quad (11)$$ となり

重心系速度系から見た入射波の振動数が出て来る。この重心系では電磁波と電子は一体となっていて**コンプトン効果としては重心速度系の速度を持つ光源からν'の振動数の反射波が出される**ことになり、この反射波の振動数を（ν"）とすると、これをθ方向から見るドップラー効果として観測することになる。よって

$$\nu'' = \nu'\cdot c/(c - v\cos\theta)$$

$$= \nu'/\{1-(v/c)\cos\theta\} \quad \cdots \quad (12)$$ が成立する。

（10）式と（11）式を（12）式に代入して整理して

$$\nu'' = \nu/\{1+h\,\nu/[mc^2] - h\,\nu/[mc^2]\cos\theta\} \quad \cdots \quad (13)$$

（13）式の両辺に右辺の分母をかけると

$$\nu'' + h\,\nu/[mc^2]\cdot(1-\cos\theta)\ \nu'' = \nu$$

$$\therefore \nu - \nu'' = \{h\,\nu/(mc^2)\}\cdot\nu''(1-\cos\theta)$$

両辺を $\nu\,\nu''$ で割って

$$1/\nu'' - 1/\nu = \{h/(mc^2)\}\cdot(1-\cos\theta)$$

$$\therefore c/\nu'' - c/\nu = \{h/(mc)\}\cdot(1-\cos\theta) \quad \cdots (14)$$

ここで反射波の波長 $c/\nu'' = \lambda''$、 入射波の波長 $c/\nu = \lambda$ とすれば（14）式は

$$\boldsymbol{\lambda'' - \lambda = \{h/(mc)\}\cdot(1-\cos\theta)}$$

となり**コンプトン効果の式そのもの**である。以上特殊相対性理論を使わずにコンプトン効果を説明できることが示された。かくもきれいに近似の処理もなく推論できたということは事実に即した推論がなされたことと考えられる。次ぎにこの結果の物理的意味を明らかにすべく検討する。

まず特殊相対論的な時間の遅延や距離の短縮等の概念は一切出てきていない。従がって特殊相対論的要素は含まれない。強いて表現するならば幾何学的に扱っているだけである。電子との相互作用で一体となる重心系の速度を決定する際に**作用の程度**として電磁波が（$h\,\nu'/c$）の運動量になると物理的意味を考えるべきである。**ともかく特殊相対性理論から離れて解決することができたことになる。**

これまでの推論のなかで興味深い関係式が発見される。（10）式の重心座標系の速度として

$$v = (h\,\nu/mc)\cdot\{1/(1+h\,\nu/(mc^2)) \quad \cdots \quad (10)$$ が導かれたが

この式の $\{1/(1+h\,\nu/(mc^2))$ を検討するとこの式は物理的単位を持たず、単なる**比**を表している。従がって $h\,\nu/(mc^2)$ も比あらわすことになる。さらに分子の（$h\,\nu$）は電磁波のエネルギーを表すので当然分母の(mc^2)もエネルギーを表すことになる。このエネルギーは電子の質量が由来と考える他なく運動量($h\,\nu'/c$)の電磁波と運動量($m\,v$)の電子とを同等に扱った結果として電子が $E=mc^2$ のネルギーを持つことが帰結されることになる。

$$h\,\nu/(mc^2) = (h\,\nu/c)/(mc)$$

と書き換えれば右辺の分子($h\,\nu/c$)は運動量を表す、従がって分母の（$m\,c$）は静止電子の静止運動量を表すことになる。

さらに興味深いのは反応する電磁波についてのみ結果を得ているが反跳電子についてはなんら答えを得ていないのである。電子については電磁波との重心系を決定する時に静止系と重心速度系の運動

量差のみが関与しただけである。

[反跳電子について]

弾性球の衝突の類推では重心速度から運動量差（力積）が保存される速度になると想定することが出来るが電磁波の反応の前後で運動量の変化量に一致せず（運動量が保存されるとすれば）弾性球の衝突の類推では解決しない。（本論で検討している）ともかく何か別の解決方法になるはずである。

この解決の為には電子の運動量を従来の質量と速度の積で考えるのではなく、電磁波の運動量を（$h\nu/c$）と考えた逆を電子に当てはめ、電子の運動量を振動数に結びつけて波動的に扱えば解決するのではないかと考えた。なぜなら物質粒子の２重性（粒子性・波動性）から電子自体を波動の一形態と考えてもそう大きく真理から遠ざかるとは思われない。ここまで考えると何故波動であるものが光速度で進行せずに静止したり、種々の速度をとることが出来るのかが問題となる。考えられるのは波動がなにかに捕捉されていると考えれば良いと思われる。

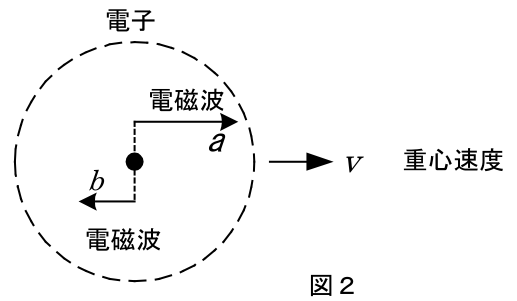

図２

図２の如く互いに反対方向に進行する電磁波が何らかの原因で互いに結び付き重心を中心にして回転進行するようになったものを電子と考える。即ち２つの波動の重心が静止したりまた種々の速度をとったりすると考えれば波動でありながら光速度以外の速度をとることが出来ることになる。この場合２つの波動の重心の速度が即ち電子の速度となる。重心速度はコンプトン効果同様にドップラー効果的に決まるとして、重心速度を v，a、b をそれぞれ電磁波の力積（運動量の絶対値）とすれば

$a(1-v/c)=b(1+v/c)$ ･･･ (19)　（ただし $a>b$）

と表現される。静止電子の場合は $v=0$ の場合で（19）式では $a=b$ となり、前述の静止電子の静止運動量（mc）はを表すことを考慮すれば

$a=b=(mc)/2$　となる。

静止電子の場合,(19) 式は、

$\{(mc)/2\}(1-v/c)=\{(mc)/2\}(1+v/c)$ となるので 従がって $v=0$ となる。

この手法でコンプトン効果の重心系の速度 v を求めてみる。上式の左辺に入射波が作用して一緒に動くとすれば重心系の速度として

$\{(mc)/2+(h\nu)/c\}(1-v/c)=\{(mc)/2\}(1+v/c)$ ･･･ (20) が成立する。

$\therefore (mc)/2+(h\nu)/c-\{(mc)/2+(h\nu)/c\}(v/c)=(mc)/2+\{(mc)/2\}(v/c)$

$\therefore (h\nu)/c=\{mc+(h\nu)/c\}(v/c)$

$\therefore mv=(h\nu)/c\ (1-v/c)$ ･･･ (21) となる。

（２１)式は (9) 式と全く同等でありコンプトン効果での重心速度を表す式が波動的電子速度を表す（19）式から導かれることが証明できたことになる。また（21）を変形して逆に（20）式が導かれることにもなるので、(21) 式から出発して（20）式に変形しこの式の物理的意味を逆に解釈すると上記下

線部分（互いに反対方向に進行する電磁波が何らかの原因で互いに結び付き重心を中心にして回転進行するようになったものを電子と考える）の前提に辿り付けることになる。前提が（21）式から導き出された訳である。

同様の推論をすれば反射波を出した後の電子の速度を示す式は

$$(\frac{1}{2}mc+\frac{h\nu}{c})(1-\frac{v}{c})=(\frac{1}{2}mc-\frac{h\nu''}{c})(1+\frac{v}{c})$$

と表現されると考えられる。運動量の保存について上式は$\frac{h\nu}{c}$を得て$\frac{h\nu''}{c}$を失っている事を示し保存則は明示せずとも成立して説明するまでもない事である。

以下製作続く