## 波動的速度式を検討する。

電子の自由空間での速度を示す波動速度式はコンプトン効果の別解法（22）式より

$$(\frac{1}{2}mc+\frac{h\nu}{c})(1-\frac{v}{c})=(\frac{1}{2}mc-\frac{h\nu''}{c})(1+\frac{v}{c})$$

で表され、この場合の反射波の大きさはコンプトン効果の別解法（12）式より

$$\frac{h\nu''}{c}=\frac{h\nu}{c}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{h\nu}{mc^2}(1-\cos\theta)}$$

上式を変形し

$$\frac{h\nu''}{c}=\frac{h\nu}{c}\cdot\frac{1}{1+2\dfrac{h\nu}{mc^2}}=\frac{h}{c}\cdot\frac{1}{\dfrac{1}{\nu}+2\dfrac{h}{mc^2}}$$

ここで入射波の振動数 $\nu$ を無限大にとると

$$\frac{h\nu''}{c}=\frac{h}{c}\cdot\frac{1}{2\dfrac{h}{mc^2}}=\frac{1}{2}mc$$

上式の両辺に光速度 c を乗ずると

$$h\,\nu''=\frac{1}{2}mc^2$$

となり反射波のエネルギーの最大値は静止電子のエネルギーの半分の大きさになる。従って電子と電磁波との相互作用では静止電子のエネルギー値の半分以上の反射波は出て来ない。この半分のエネルギーについてはリュードベリ定数からも出てくる。

$$R=\frac{2\pi^2me^4}{h^3c}$$

この式を微細構造定数 $\alpha=(2\pi e^2)/(hc)$ を用いて変形すれば

$$R=\frac{2\pi^2me^4}{h^3c}=(\frac{1}{2}mc^2)\cdot(\frac{2\pi e^2}{hc})^2\cdot\frac{1}{hc}=(\frac{1}{2}mc^2)\cdot\alpha^2\cdot\frac{1}{h}\cdot\frac{1}{c}$$

と表される。上式の右辺の意味するものは、電子の静止エネルギーの半分に微細構造定数の２乗を乗じ、さらに振動数に変換するためプランク定数で除し、さらに波数に換算するため光速度で除して波数を示す値を示している。ここでも静止エネルギーの半分の値が出てくる。このことは其々静止エネルギーの半分の波動の結合である電子の構造に起因する。

式（4.1）, $a(1-\frac{v}{c})=b(1+\frac{v}{c})$ の波動速度式の物理的意味は、反対方向に進む２つの電磁波の結合した重心速度（電子の速度になる）の見地からは各々の電磁波のエネルギーは波動のド

ップラー効果として等しくなる。電磁波は $h\nu$ のエネルギーを持ち光の速度で進み質量は持たないとされている、何故ならば電磁波のエネルギーが変化しても速度が変らない為である。一方ここでの議論の電子像はそれぞれ反対方向に進む電磁波が結合したもので 2 つの電磁波の結合の重心の速度が電子の速度として観測され、速度の変化の程度を示すコンプトン効果の別解法の（22）式自体が質量の発生を示し、電子の速度は獲得したエネルギーの大きさで決まり、エネルギーの増減がなければ速度は変化せず、慣性の法則を示し、且つ電子が速度を変えるにはエネルギーの増減が必要になり慣性抵抗を意味する。質量の定義はニュートンが運動方程式で導いたがその根拠は示されていない。波動的速度式はその根拠を示し質量の起源を示している。

　コンプトン効果の別解法の反射波を出した後の自由空間の電子の速度を示すコンプトン効果の別解法の（22）式は

$$(\frac{1}{2}mc+\frac{h\nu}{c})(1-\frac{v}{c})=(\frac{1}{2}mc-\frac{h\nu''}{c})(1+\frac{v}{c})$$

$v$ について解けば

$$\frac{h\nu}{c}+\frac{h\nu''}{c}=(mc+\frac{h\nu}{c}-\frac{h\nu''}{c})\frac{v}{c}\quad\cdot\cdot\cdot(1)$$

$$\therefore\frac{h\nu}{c}+\frac{h\nu''}{c}=(m+\frac{h\nu}{c^2}-\frac{h\nu''}{c^2})v\quad\cdot\cdot\cdot(2)$$

(2)式の右辺の $(\frac{h\nu}{c^2}-\frac{h\nu''}{c^2})$ は電子の増加質量分を示し括弧内を新質量, $m'$とすれば

$$\therefore\frac{h\nu}{c}+\frac{h\nu''}{c}=m'v\quad\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot(3)$$

(5.2)式の左辺は電子の受け取った運動量を示し、従って(5.3)式は運動量, $m'v$ の定義其の物の式となっている。更に(5.3)式を時間 t で微分すれば

$$(\frac{h\nu}{c}+\frac{h\nu''}{c})/dt=m'v/dt=m'\alpha\quad\cdot\cdot\cdot(4)$$

(5.4)式の左辺 $(\frac{h\nu}{c}+\frac{h\nu''}{c})/dt$ は運動量の時間微分であるから力, $F$を示し結局

$$F=m'\alpha\quad\cdot\cdot\cdot(5)$$

となってニュートンの運動方程式が導かれる。

**運動方程式の一般化**

（5.5）式は 1 つの電子の場合の運動方程式となっている。今ここに 2 つの同じ速度の粒子の波動速度式をそれぞれ

$$\frac{h\nu_1}{c}(1-\frac{v}{c})=\frac{h\nu_1'}{c}(1+\frac{v}{c})$$

$$\frac{h\nu_2}{c}(1-\frac{v}{c})=\frac{h\nu_2'}{c}(1+\frac{v}{c})$$

とする、ただし両式の$v$は同じで、両式を合算して

$$(\frac{h\nu_1}{c}+\frac{h\nu_2}{c})(1-\frac{v}{c})=(\frac{h\nu_1'}{c}+\frac{h\nu_2'}{c})(1+\frac{v}{c})$$

上式を速度,$v$について整理すると

$$(\frac{h\nu_1}{c}-\frac{h\nu_1'}{c})+(\frac{h\nu_2}{c}-\frac{h\nu_2'}{c})=\{(\frac{h\,\nu_1}{c}+\frac{h\,\nu_1'}{c})+(\frac{h\,\nu_2}{\mathrm{c}}+\frac{h\,\nu_2'}{c})\}\frac{v}{c}$$

$$=\{(h\,\nu_1+h\,\nu_1'+h\,\nu_2+h\,\nu_2')/c^2\}v$$

この式は（両者の運動量和＝(両者の力積の和)×$v$/c＝｛両者の質量｝×$v$ であり（3）式と同じ形となり、両者の質量の合算の運動量を示す式になっている。さらに他の速度を同じくする粒子を合算しても同じ結果となり、さらに複数の速度を同じくする粒子の合算についても成立する。このことは電子のみに限らず質量を持つ粒子の其々についても、また合算したものの運動方程式が成立し、全て質量の運動方程式に波動速度式が成り立つ事を示す。